

DIFICULDADES NO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL EVIDENCIADAS POR MEIO DE UMA PROVA EM FASES

André Luis Trevisan¹
Nadia Daniella Domingues²

RESUMO

Este artigo analisa dificuldades com o raciocínio proporcional evidenciadas a partir de uma prova em fases em aulas de Matemática. A proposta, que subsidiou a coleta de dados, foi a utilização desse instrumento como recurso para “resgatar” esse tema junto a estudantes do ensino médio, tomada em uma perspectiva de avaliação enquanto prática de investigação e oportunidade de aprendizagem. O contexto para este trabalho é de uma turma do 3º ano, de uma escola pública de um município da região metropolitana de Londrina/PR. A metodologia adotada no trabalho foi de cunho descritivo, por meio da análise da produção escrita dos estudantes em uma das questões da prova, uma tarefa envolvendo a modalidade de raciocínio proporcional do tipo comparação. A prova foi realizada em duas fases, sendo que, na primeira delas, grande parte dos estudantes não reconhecer “qual” conceito deveria ser utilizado (buscando alguma analogia com temas que estavam sendo tratados naquele ano de escolaridade); alguns até identificaram alguma operação que poderia resolver o problema, porém não souberam utilizá-la da forma adequada. Em uma segunda fase, optou-se por deixar os alunos realizarem a prova em dupla, sendo disponibilizada aos estudantes uma folha com alguns conceitos e informações, como forma de oferecer alguma assistência durante o processo de avaliação. Buscou-se, a partir daí, por meio da análise de sua produção escrita, reconhecer estratégias e procedimentos utilizados, com vistas a reconhecer múltiplos aspectos da atividade matemática dos alunos. Como resultados, destacamos a identificação das principais dificuldades apresentadas, no caso a mobilização de pensamento absoluto e não proporcional e o não reconhecimento da ideia de razão, bem como de erros nas conversões entre diferentes registros de números racionais.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Provas em fases; Análise de erros.

Introdução

Buriasco, Ferreira e Ciani (2009, p. 70 - 71) apontam que, ainda “hoje, na escola, a execução do rito de avaliar [...] parece ser suficiente para fazer acreditar que se cumpriu o esperado desse mito: medir e classificar de maneira precisa os alunos”. Essas autoras lembram que o ato mais frequentemente associado ao termo avaliação no cotidiano escolar é a aplicação de uma prova escrita.

Segundo Barlow (2006, p.12) avaliar é “demarcar o grau de êxito e, ao mesmo tempo, as possibilidades ainda abertas de ‘ser melhor’, de uma realização. E igualmente, dar

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – câmpus Londrina/PR, e do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, da mesma instituição. Contato: andrelt@utfpr.edu.br.

² Graduada em Administração com Formação Pedagógica em Matemática. Docente da Educação Básica, Tamarana/PR. Contato: nadiaditzel@hotmail.com.

vazão a um sentido, revelar em uma conduta a parcela de inteligibilidade já adquirida e a que falta adquirir”.

Nas práticas de salas de aula, o que em geral observa-se é uma avaliação que, numa melhor hipótese, revela a “parcela de inteligibilidade já adquirida”, menosprezando, ou mesmo ignorando, aquela que se “falta adquirir”, as “possibilidades ainda abertas de ‘ser melhor’”. É fundamental pensar a avaliação como um processo que permita aos professores ter informações a respeito do conhecimento já elaborado pelos estudantes, mas também que revela o que precisa “ainda ser feito”, inclusive oferecendo indícios se sua proposta de trabalho, as metodologias de ensino que adota e as ações em sala de aula estão oportunizando aos estudantes a elaboração desse conhecimento.

Inspirados nos estudos realizados acerca da temática avaliação da aprendizagem escolar e em experiências por nós vivenciadas enquanto professores da Educação Básica e do Ensino Superior, propusemos a experiência de utilização de um instrumento de avaliação diferenciado, uma *prova em fases*, em uma turma do 3º ano do ensino médio, situada numa escola Estadual no Norte do Paraná.

Uma prova em fases é planejada para ser realizada em ao menos duas etapas, sendo que, após cada uma delas, o estudante recebe algum tipo de *feedback* da sua produção escrita. Trevisan e Mendes (2015, p. 50), definem-na como “uma prática avaliativa em que o professor guia o aluno e toda a turma em suas aprendizagens por meio de intervenções oportunas”.

Não existe um modelo pré-definido para uma prova em fases, sendo que diferentes “percursos” podem ser moldados pelo professor, conforme passassem-se às fases, e a partir das resposta/receptividade da turma à proposta. O número de fases em uma prova desse tipo também é variável.

A prova em fases foi utilizada como um instrumento para “resgatar” o conteúdo de frações (como conceito subjacente ao raciocínio proporcional) junto a uma turma do 3º ano do Ensino Médio, e por meio dela haveria atribuição de nota “extra” aos estudantes. A escolha do conteúdo frações deve-se às dificuldades referentes a esse tema observadas enquanto professora de Matemática da turma em tela (segunda autora), e que, a partir da nossa experiência, parecem perpassar o ensino fundamental e adentrar nos ensinos médio e superior. Muitos estudantes veem as frações como um “bicho de sete cabeças”, fazendo com que ocorra um bloqueio em relação a mobilização de conhecimentos que envolvam esse conteúdo matemática. A prova em fases, nesse sentido, viria como uma proposta de instrumento de avaliação diferenciada, que poderia minimizar tal “aversão”, oferecendo aos estudantes a

possibilidade de envolver-se com as questões propostas a partir das intervenções e do *feedback* oferecido pelo professor.

Sobre o raciocínio proporcional, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), apontam que a partir do terceiro ciclo do ensino fundamental (6º e 7º anos), os alunos deveriam ser capazes de explorar situações-problema que envolvem proporcionalidade, lançando mão, para tal, de diferentes simbologias (fracionária, decimal, porcentagem).

Spinillo (2002 apud VIANA; MIRANDA, 2016) agrupa as tarefas que avaliam o conceito de proporção em duas classes: tarefas de incógnita (Dados A, B e C da proporção $A:B=C:X$, determinar o valor de X) e tarefas de comparação. As tarefas de comparação de razões (foco deste trabalho) são menos comuns de serem tratadas na escola antes do ensino formal de razão e proporção.

São intenções deste estudo apresentar as diferentes formas como os alunos resolveram uma das questões da prova em fases, que envolve raciocínio proporcional na classe de comparação, evidenciando os erros e dificuldades dos estudantes frente a esse conceito.

Metodologia

A pesquisa que deu origem a este artigo é de natureza qualitativa. O contexto para coleta de dados foi uma turma do 3º ano do ensino Médio, composta de 32 alunos, com faixa etária entre 16 e 17 anos, de um colégio estadual situado em município no norte do Paraná, a única instituição de ensinos fundamental e médio existente naquele município, na qual a segunda autora atuou como professora de Matemática no ano de 2015.

Como parte dos procedimentos adotados, destacamos a análise da produção escrita dos estudantes em algumas questões da prova. Além de se apresentar “como estratégia para implementação da avaliação como prática de investigação”, a análise da produção escrita mostra-se “como um caminho para conhecer *múltiplos aspectos* da atividade matemática dos alunos” (VIOLA dos SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008, p. 37, grifos nossos).

Apresentamos na Figura 1 o enunciado da primeira das seis questões da prova, retirada de Lins e Silva (2007), selecionada para apresentação neste artigo. Resoluções esperadas envolveriam a determinação e comparação de razões entre grandezas, feita por meio de equivalência de frações, ou transformação em notação decimal.

- | |
|---|
| <p>1) Na fábrica A, de cada 200 lâmpadas produzidas 7 saem com defeito, enquanto que na fábrica B, de cada 80 produzidas, 3 são defeituosas. Compare as razões entre lâmpadas defeituosas e a produção de cada fábrica, e diga qual das fábricas tem mais cuidado com a produção de lâmpadas, A ou B.</p> |
|---|

Figura 1 – Questão 1 da prova.
Fonte: autores.

Em uma primeira fase (que durou 50 minutos) nenhum dos 32 estudantes apresentou uma solução satisfatória a alguma das questões, o que gerou muita ansiedade e frustração da professora. Em geral, não reconheciam “qual” conceito deveria ser utilizado (buscando alguma analogia com temas que estavam sendo tratados naquele ano de escolaridade); alguns até identificaram alguma operação que poderia resolver o problema, porém não souberam utilizá-la da forma adequada.

Em uma segunda fase, optou-se por deixar os alunos realizarem a prova em dupla, sendo disponibilizadas, de forma escrita, algumas “dicas” sobre os problemas, mas sem auxílio de calculadora e sem perguntar ao professor, caso surgisse alguma dúvida. A dupla tinha apenas um dos cadernos com as questões, escolhido como aquele que tinha mais informações, ou seja, o caderno que estava com mais questões respondidas. O prazo para realização dessa etapa foi de uma aula de 50 minutos. Constituiu-se como *corpus* do estudo o conjunto das resoluções das 16 equipes que trabalharam nessa segunda fase, identificados por meio de um código formado pela letra G (grupo) seguida da numeração (01, 02,...,16).

Resultados e análise

Com disponibilização do material que tinha por intenção oferecer alguma ajuda para os alunos, esperava-se que os alunos reconhecessem as frações como uma “ferramenta” que poderia auxiliá-los a resolver os problemas da prova. Entretanto, das 16 equipes que resolveram essa segunda fase, 9 utilizaram a subtração (G1 a G9), 6 escolheram a divisão como estratégia (G10 a G16) e 1 utilizou regra de três simples (G16).

As Figuras 2 e 3 mostram exemplos representativos de produções das equipes que fizeram uso de subtração (pensamento aditivo). Entretanto, enquanto G1 (Figura 2) apoia sua resposta considerando apenas valores absolutos (“A tem mais peças defeituosas”), G3 (Figura 3) apresenta indícios de um pensamento proporcional, uma vez que, em sua resposta, indica uma tentativa de igualar as produções, chegando a uma conclusão correta.

Os erros cometidos por esses estudantes em suas resoluções evidenciam sua dificuldade tanto em reconhecer a natureza proporcional da situação em tela, indícios de um pensamento absoluto e não proporcional, quanto o não reconhecimento da ideia de razão como meio para comparação de proporções.

$200 - 7 = 193$
 $80 - 3 = 77$
 A fábrica B produz a lâmpada com mais cuidado.

Figura 2 – Resolução apresentada por G3.

Fonte: autores.

Fábrica	Lâmpadas produzidas	Lâmpadas com defeito
A	200	7
B	80	3
Total	280	10

$$\begin{array}{r} 280 \\ - 7 \\ \hline 273 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 280 \\ - 3 \\ \hline 277 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 80 \\ \hline 160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ + 40 \\ \hline 240 \end{array}$$

R = A fábrica A tem mais cuidado com a produção de lâmpadas, porque a cada 160 lâmpadas 6 são com defeito, os outros 40 seria uma lâmpada com defeito, e no caso se fosse com a fábrica B seria uma lâmpada e meia.

Figura 3 – Resolução apresentada por G3.

Fonte: autores.

Na Figura 4 (G10), temos um exemplo de resolução que foi feita utilizando-se da divisão (pensamento multiplicativo), porém com proporção contrária (200 para 7, ao invés de 7 para 200 e 80 para 3, enquanto deveria ser 3 para 80), o que leva a uma conclusão equivocada. Ainda assim, percebemos na redação da resposta uma tentativa em desenvolver um raciocínio proporcional. Nesse caso, fica evidenciada a dificuldade em estabelecer conversões entre diferentes simbologias (no caso, forma fracionária e decimal).

$A = 200 - 4 \text{ com defeitos}$
 $B = 80 - 3 \text{ com defeitos}$

FABRICA B

$$\begin{array}{r} 4 \quad | \quad 200 \\ \hline 0,0405 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 700 \\ 600 \\ \hline 1300 \\ 8000 \\ \hline 6 \end{array} \quad 9\%$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad | \quad 150 \\ \hline 0,030905 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ 240 \\ \hline 600 \\ 560 \\ \hline 400 \\ 400 \end{array} \quad 3\%$$

Figura 6 – Resolução apresentada por G15.
Fonte: autores.

Por fim, um único grupo, G16 (Figura 7), resolveu esse problema com uso da regra de três, chegando a uma resposta correta, expressa na forma de porcentagem, evidenciando compreensão da situação e habilidade em lidar com a simbologia.

Na mesma direção do trabalho de Viana e Miranda (2016), esses alunos em geral não apresentaram problema na resolução de tarefas de incógnita (presentes em outras questões da prova, não analisadas neste texto), mas em sua maioria, demonstraram dificuldade em estabelecer as relações necessárias para realizar a comparação solicitada na questão proposta.

Fábrica A	Fábrica B	A fábrica A tem mais cuidado com a produção de lâmpadas.
200 7	80 3.	
$100 - 200$	$100 - 80$	
$x \times 7$	$x \times 3$	
$200x = 700$	$80x = 300$	
$x = \frac{700}{200}$	$x = \frac{300}{80}$	
$x = 3,5$	$x = 3,75$	

Figura 7 - Resolução apresentada por G16.
Fonte: autores.

Conclusões

Permitir a exploração das distintas ideias e contextos nos quais o raciocínio proporcional se aplica e se consolida, por meio de uma prova em fases proposta a estudantes do 3º ano do ensino médio, ressignificando-o e buscando minimizar a aversão a ele, é a intenção subjacente ao trabalho do qual resultou este trabalho.

Retomando os objetivos do trabalho, destacamos que uma das intensões subjacentes ao trabalho era introduzir o conceito de frações de maneira implícita, resgatando esse conteúdo, mas com o decorrer das resoluções percebemos que o aluno evita o máximo usar esse conceito, mostrando não associá-lo como forma de representação do raciocínio proporcional.

Em geral, “delega-se” apenas ao professor do 6º ano a exploração desse tema, presumindo que o mesmo já deva ser “dominado” pelos alunos a partir do 7º ano, quando na verdade esse conceito deveria ser retomado, com aprofundamento gradativo, nos anos subsequentes ao 6º ano do ensino Fundamental, inclusive perpassando o ensino Médio.

No contexto da prova em fases, problemas de comparação mostraram-se mais difíceis de lidar do que tarefas de incógnita. Corroboramos com Viana e Miranda (2016, p. 211) quando apontam que um “dos motivos pode ser a pouca experiência dos alunos com questões que solicitam apenas uma comparação e não um valor exato como resposta”.

Como implicação deste estudo, reforçamos de propor aos alunos, desde os alunos iniciais do ensino fundamental, especialmente a partir do 4º ano (quando o tema frações começa a ser introduzido) tarefas que envolvam situações diversificadas com vistas a oportunizar ao aluno atribuir significado aos conceitos de razão e proporção antes das representações simbólicas e das propriedades formais.

Referências bibliográficas

BARLOW, Michel. **Avaliação Escolar**: mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/ SEF, 1998.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B.. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Bolema**, Rio Claro, v. 22, p. 69-96, 2009.

LINS, R. C.; SILVA, H.. **Matemática-Frações**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica/Secretaria de Educação a Distância/Universidade Estadual Paulista, 2006.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T.. Avaliação da aprendizagem Matemática. **Educação Matemática em Revista**, n. 45, p. 48-55, 2015.

VIANA, O. A.; MIRANDA, J. A.. O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação. **Revista eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, n.1, p. 194-213, 2016.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; BURIASCO, R. L. C. de; CIANI, A. B.. A Avaliação como Prática de Investigação e Análise da Produção Escrita em Matemática. **Revista de Educação**, Campinas, v. 25, p. 35-45, 2008.